

Thème 4 : Son et musique, porteurs d'information

Partie 3 : Organiser les sons

1- Les sons audibles

- Les sons audibles vont de 20 Hz à 20 kHz.
- Ce domaine audible est organisé en sous-ensemble appelés **gammes**. Il existe plusieurs gammes différentes.
- Les gammes sont organisées en **notes**, chaque note correspond à une **fréquence f** bien déterminée.
- L'**intervalle** entre deux sons, de fréquences successives f_1 et f_2 , correspond au rapport de leurs fréquences : $\frac{f_2}{f_1}$.

- Un **rapport de 3/2** porte le nom de **quinte**.

La fréquence de la note située une quinte au-dessus d'une note f est donc : $f \times 3/2$.

De même la fréquence de la note située une quinte en-dessous est : $f/(3/2)$.

- Un **rapport de 2** est une **octave**.

Dans une gamme, les notes sont réparties sur une octave.

Pour une note de fréquence f : si on monte d'une octave, on obtient une fréquence $2 \times f$. Et une fréquence $f/2$ si on descend d'une octave.

- Une **gamme est l'ensemble des notes d'une octave (comprises entre f et $2f$)**.

- **Deux notes (sons) séparées par une octave correspondent à une même note (ils provoquent la même sensation)**.

- L'écoute de différents sons provoque des sensations plus ou moins agréables. Des sons qui "sonnent" bien à l'oreille sont dits **consonants**.

- On parle aussi d'unisson, de quarte, voir tableau.

Nom de l'intervalle	Rapport de fréquences
Unisson	1/1
Octave	2/1
Quinte	3/2
Quarte	4/3

2- Les gammes de Pythagore

- Il existe plusieurs gammes dites de Pythagore : à 5 notes (pentatonique), à 7 notes (diatonique) ou à 12 notes (chromatique).
- Pour construire ces **gammes**, les disciples de Pythagore ont exploité uniquement les intervalles qu'ils jugeaient les plus consonants, c'est-à-dire l'**octave** et la **quinte**.
- Principe de la construction des gammes de Pythagore :

Voir activité : Les gammes musicales

- Remarque :

Dans les gammes de Pythagore, les intervalles entre les différentes notes de la gamme sont inégaux.

Ceci rend la transposition (opération qui consiste à adapter une mélodie au registre de la voix ou d'un instrument en la « déplaçant » vers l'aigu ou le grave) très difficile.

3- Les gammes au « tempérament égal »

- Pour résoudre les problèmes posés par les gammes de Pythagore (voir activité), de nombreux musiciens, dont **J.S. Bach** en 1722, proposent de découper une octave en **douze intervalles tous parfaitement égaux** appelés **demi-tons**. On obtient une gamme appelée **gamme tempérée**.

- Cette gamme est utilisée dans la musique occidentale depuis le XVIII^e siècle et notre oreille s'y est habituée.

- **La gamme tempérée à 12 notes est une gamme dont tous les intervalles sont égaux. L'intervalle d entre deux notes successives de la gamme est égal à la racine douzième de 2 :**

$$d = \sqrt[12]{2} = (2)^{\frac{1}{12}} \approx 1,05946$$

- Les douze notes de la gamme tempérées :

do	do#	ré	ré#	mi	fa	fa#	sol	sol#	la	la#	si	do
1	$(2^{1/12})^1$	$(2^{1/12})^2$	$(2^{1/12})^3$	$(2^{1/12})^4$	$(2^{1/12})^5$	$(2^{1/12})^6$	$(2^{1/12})^7$	$(2^{1/12})^8$	$(2^{1/12})^9$	$(2^{1/12})^{10}$	$(2^{1/12})^{11}$	$(2^{1/12})^{12}$
1	$2^{1/12}$	$2^{2/12}$	$2^{3/12}$	$2^{4/12}$	$2^{5/12}$	$2^{6/12}$	$2^{7/12}$	$2^{8/12}$	$2^{9/12}$	$2^{10/12}$	$2^{11/12}$	2

ton ton 1/2 ton ton ton ton

- On constate :

- * L'intervalle entre do et do# est d'un demi-ton.
- * L'intervalle ré-mi est de 2 demi-tons, soit un ton.
- * L'intervalle mi-fa est d'un demi-ton.
- * **La répartition des 7 notes principales (à partir du do) est donc : ton, ton, demi-ton, ton, ton, ton.**

4- EXERCICES

Ex.1 :

Effectuer un calcul simple pour répondre à chacune des questions suivantes.

a. Expliquer pourquoi, dans le cycle des quintes, la 53^e quinte sonne « presque » comme la 31^e octave.

b. Une quarte est un intervalle de rapport 4/3. En partant d'un son donné, on enchaîne une quinte et une quarte. Caractériser le son obtenu.

Ex.2 :

Soit une note de fréquence f que l'on normalise à 1. On se propose de construire une gamme pythagoricienne à partir de cette note, mais à l'aide de quintes descendantes et non de quintes ascendantes.

Comme dans la gamme classique, si une note sort de l'intervalle de fréquences $[1;2]$, on l'y ramène en passant à l'octave.

1. À la première étape du calcul, on trouve un son de fréquence f_1 telle que l'intervalle musical entre f_1 et 1 soit une quinte. **Justifier** que $f_1 = 2/3$.
2. Montrer que la deuxième note de la gamme a pour fréquence $4/3$.
3. Calculer la fréquence des trois notes suivantes.
4. Justifier qu'on obtient ainsi une gamme à cinq notes qui « boucle » presque.

Ex.3 :

La note donnée par ce diapason a pour fréquence 440 Hz. On l'appelle la_3 .

1. a. Calculer la fréquence du la situé une octave au-dessus du la_3 que l'on nomme la_4 .
- b. Calculer la fréquence du la_1 situé deux octaves au-dessous du la_3

2. L'intervalle la_3-mi_4 est une quinte ascendante. Quelle est la fréquence du mi_4 dans la gamme pythagoricienne ?

3. Dans la gamme tempérée, combien de demi-tons séparent le la et le mi formant une quinte ascendante ? En déduire la fréquence du mi_4 dans la gamme tempérée.

Comparer les résultats trouvés pour les deux gammes.

Ex. 4:

Dans l'Antiquité, les Grecs élaborèrent une autre méthode pour définir une gamme : utiliser une succession alternée de quintes montantes et de quartes descendantes. Une quarte est un intervalle de valeur $4/3$.

1. On part d'un son de fréquence $f=1$. Donner la fréquence f_1 du son se situant une quinte au-dessus, puis celle f_2 du son se situant une quarte en dessous de f_1 . Les résultats seront donnés sous forme de fractions.



2. Continuer ainsi par une alternance de quintes et de quartes jusqu'à f_7 . Comparer la gamme obtenue avec la gamme pythagoricienne.

Ex.5 :

On veut déterminer une gamme musicale pythagoricienne de n notes qui « boucle » presque parfaitement. Pour cela, on complète la gamme de Pythagore à 7 notes à l'aide de quintes descendantes, en partant du do . On normalise à 1 la fréquence du do . À chaque étape, on ramène la fréquence trouvée dans l'intervalle $[1 ; 2]$.

1. La première note obtenue est le fa . Quelle est sa fréquence ?
2. Calculer, sous forme de fraction, la fréquence du son suivant : on obtient la première note bémolisée, que l'on appelle si .
3. Calculer à 10^{-4} près, la fréquence des quatre sons suivants : on obtient dans l'ordre mib , lab , $réb$ et $solb$.
4. Montrer que la note suivante obtenue par cette méthode (qu'on peut appeler dob) est très proche du si de la gamme de Pythagore. On rappelle que le si a pour fréquence $243/128$.
5. Classifier les 12 notes obtenues selon la valeur de leurs fréquences : on obtient une autre gamme de Pythagore à 12 notes, celle des notes bémolisées.



6. Sachant que les fréquences normalisées du $la\#$ et du $ré\#$ sont respectivement 1,8020 et 1,2013 à 10^{-4} près, déterminer les intervalles ($sib, la\#$) et ($mib, ré\#$). Que retrouve-t-on ?

Ex.6 :

Le clavier d'un piano moderne comporte 88 touches noires et blanches. Deux touches voisines sont séparées d'un demi-ton. Au milieu du clavier, là où se trouve usuellement la serrure du couvercle, se trouve la touche du do_3 , aussi appelée « do serrure » (en bleu, ci-dessous). La fréquence du la_3 de la même octave (en jaune) est 440 Hz.



1. Calculer la fréquence du do_4 (situé une octave au-dessus du do_3), puis celle du do_3 .
2. On note n le nombre de demi-tons entre une note donnée et le la_3 , compté positivement vers le haut ou négativement vers le bas. Déterminer la formule donnant la fréquence de cette note dans la gamme tempérée, en hertz, en fonction de n .
3. Calculer la fréquence de la note donnée par la plus haute touche du clavier.

Ex.7 :

La fréquence du $ré_3$ est de 294 Hz. On démarre un cycle de quintes à partir de ce son.

1. Calculer la fréquence du $ré$ de l'octave supérieure.
2. Calculer la fréquence f du son situé à une quinte ascendante du $ré_3$.
3. a. Calculer la fréquence du son situé à la quinte supérieure du son précédent.
- b. Pourquoi n'appartient-il pas à la même octave que les précédents ?
- c. Le ramener dans l'octave, et donner la fréquence f_1 du son obtenu.